

ESERCIZI UNITA' J – SOMMARIO

J. SCAMBIATORI DI CALORE

J.I. Scambiatore aria-CO₂ tubo in tubo in controcorrente (ΔT_{ml})

J.II. Scambiatore di calore olio-aria a flussi incrociati non mescolati (ΔT_{ml})

J.III. Scambiatore acqua-olio a tubi coassiali in controcorrente (ϵ -NTU)

J.IV. Scambiatore esterno di un dissipatore a liquido per microprocessore (ϵ -NTU)

J.I. Scambiatore aria-CO₂ tubo in tubo in controcorrente (ΔT_{ml})

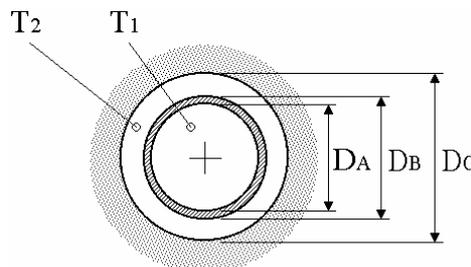
Problema

Si consideri uno scambiatore del tipo tubo in tubo in controcorrente. Nel tubo interno, metallico, con diametro interno 75 mm ed esterno 80 mm, scorre una portata d'aria pari a 100 kg/ora, che entra a 20°C ed esce a 74°C. Nel tubo esterno, a sezione anulare con diametro esterno 100 mm, fluisce una portata di 144 kg/ora di anidride carbonica, che entra con temperatura 295°C.

Determinare la temperatura in uscita dell'anidride carbonica e la lunghezza dello scambiatore.

Dati

- Tipo di scambiatore: tubo in tubo (1 passaggio) in controcorrente
- $D_A = 75 \text{ mm} = 0.075 \text{ m}$ (diametro interno del tubo interno)
- $D_B = 80 \text{ mm} = 0.080 \text{ m}$ (diametro esterno del tubo interno)
- $D_C = 100 \text{ mm} = 0.100 \text{ m}$ (diametro esterno della sezione anulare)
- $\dot{m}_1 = 100 \text{ kg/ora} = 0.0278 \text{ kg/s}$ (portata in massa del fluido 1, aria)
- $T_{1,i} = 20^\circ\text{C}$ (temperatura in ingresso del fluido 1)
- $T_{1,u} = 74^\circ\text{C}$ (temperatura in uscita del fluido 1)
- $\dot{m}_2 = 144 \text{ kg/ora} = 0.0400 \text{ kg/s}$ (portata in massa del fluido 2, CO₂)
- $T_{2,i} = 295^\circ\text{C}$ (temperatura in ingresso del fluido 2)



Determinare

- $T_{2,u}$ (temperatura in uscita del fluido 2)
- L (lunghezza dei tubi dello scambiatore)

Ipotesi

Regime stazionario, effetti radiativi trascurabili, mantello esterno adiabatico, resistenza della parete del tubo trascurabile, superfici di scambio non incrostate, sporco e incrostazioni trascurabili

Soluzione

In primo luogo, è necessario determinare la temperatura a cui valutare le proprietà dei fluidi. A tal scopo, si può fare riferimento alla temperatura media dei fluidi nello scambiatore; per il fluido 1 (aria) si ha che:

$$T_{1,m} = \frac{T_{1,i} + T_{1,u}}{2} = 47^\circ\text{C} \equiv 320 \text{ K}$$

A questa temperatura si ricavano dalle relative tabelle (riportate in appendice ai manuali) i valori delle proprietà dell'aria, tabulati di seguito.

Aria a $T = 47^\circ\text{C} = 320\text{ K}$		
v_1	$1.94 \cdot 10^{-5}$	m^2/s
λ_1	0.0275	$\text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$
ρ_1	1.110	kg/m^3
c_{p1}	1006	$\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$
Pr_1	0.710	--

Per il fluido 2 (anidride carbonica) si può fare inizialmente riferimento alla temperatura in ingresso:

$$T_{2,m} \text{ (prima approssimazione)} = 295^\circ\text{C} \equiv 568\text{ K}$$

Poiché la temperatura media sarà in realtà più bassa di quella a cui il fluido 2, che si raffredda, entra nel tubo, si possono in prima approssimazione impiegare i valori delle proprietà tabulati per il primo valore di temperatura immediatamente inferiore a quello in ingresso. Ad esempio, se sono disponibili i valori delle proprietà a 550 K e a 600 K, ma non a temperature intermedie, si utilizzano quelli alla temperatura più bassa. Si noti che, se il fluido si riscaldasse, sarebbe invece opportuno impiegare i valori delle proprietà tabulati per il primo valore di temperatura immediatamente superiore a quello in ingresso.

Le proprietà dell'anidride carbonica a 550 K sono riportate di seguito.

Anidride carbonica a $T = 550\text{ K}$		
v_2	$2.54 \cdot 10^{-5}$	m^2/s
λ_2	0.0363	$\text{W}/(\text{m} \cdot ^\circ\text{C})$
ρ_2	0.976	kg/m^3
c_{p2}	1049	$\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$
Pr_2	0.734	--

La potenza termica scambiata sarà tale che:

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 c_{p1} (T_{1,u} - T_{1,i}) = 1509\text{ W}$$

Si ha peraltro che, se il mantello dello scambiatore di calore (la parete del tubo esterno) può essere considerato adiabatico, la potenza termica acquistata dal fluido 1 (l'aria) dovrà essere pari a quella ceduta dal fluido 2 (la CO_2):

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 c_{p1} (T_{1,u} - T_{1,i}) \equiv \dot{m}_2 c_{p2} (T_{2,i} - T_{2,u})$$

Dalla relazione precedente si ricava che, all'uscita del tubo esterno, il fluido 2 presenta temperatura:

$$T_{2,u} = T_{2,i} - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_2 c_{p2}} = 259^\circ\text{C}$$

La temperatura media dell'anidride carbonica sarà perciò pari a:

$$T_{2,m} = \frac{T_{2,i} + T_{2,u}}{2} = 277^\circ\text{C} \equiv 550\text{ K}$$

Il risultato corrisponde con quello ipotizzato in prima approssimazione, ed i valori riportati nella tabella precedente sono quindi corretti. Si tratta però di un caso fortuito. In generale, si dovranno ricavare i valori effettivi delle proprietà del fluido per interpolazione lineare dei dati

disponibili, che andranno poi utilizzati per ricalcolare un valore più accurato della temperatura di uscita e della temperatura media.

Per procedere al dimensionamento dello scambiatore di calore, è a questo punto necessario valutare la differenza di temperatura media logaritmica. Trattandosi di uno scambiatore di calore in controcorrente, si ha:

$$\Delta T_{ml} = \frac{(T_{2,i} - T_{1,u}) - (T_{2,u} - T_{1,i})}{\ln\left[\frac{(T_{2,i} - T_{1,u})}{(T_{2,u} - T_{1,i})}\right]} = 230^{\circ}\text{C}$$

Si noti che, se lo scambiatore di calore fosse stato in equicorrente, si sarebbe dovuta impiegare una relazione differente per il calcolo della differenza di temperatura logaritmica media, sotto riportata:

$$\Delta T_{ml, \text{equicorrente}} = \frac{(T_{2,i} - T_{1,i}) - (T_{2,u} - T_{1,u})}{\ln\left[\frac{(T_{2,i} - T_{1,i})}{(T_{2,u} - T_{1,u})}\right]}$$

Calcolata ΔT_{ml} , è poi possibile determinare il principale parametro di progetto dello scambiatore, UA. Sapendo che

$$\dot{Q} = UA\Delta T_{ml}$$

se ne ricava

$$UA = \frac{\dot{Q}}{\Delta T_{ml}} = 6.56 \text{ W}/^{\circ}\text{C}$$

Nel caso in esame, è necessario determinarne la lunghezza dello scambiatore. A tal scopo, occorre calcolare i diametri di riferimento delle sezioni di passaggio. Per il tubo attraversato dal primo fluido, che presenta sezione circolare, è ovvio impiegare il diametro esterno della sezione di passaggio:

$$D_1 = D_A = 0.075 \text{ m}$$

La sezione di passaggio del fluido 1 presenta area:

$$S_1 = \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} = 0.004418 \text{ m}^2$$

La velocità del fluido 1 nel condotto vale:

$$w_1 = \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 S_1} = 5.66 \text{ m/s}$$

Inoltre, il numero di Reynolds vale:

$$\text{Re}_{D_1} = \frac{w_1 D_1}{\nu_1} = 2.19 \cdot 10^4$$

La sezione di passaggio del secondo fluido presenta geometria anulare. In tal caso, si fa riferimento al cosiddetto “diametro idraulico”, D_h , definito come

$$D_{2,h} = \frac{4 \cdot S_2}{P_2}$$

in cui S_2 è l’area della sezione di passaggio del fluido, pari a

$$S_2 = \frac{\pi \cdot (D_C^2 - D_B^2)}{4} = 0.002827 \text{ m}^2$$

e P_2 è il perimetro della sezione bagnata dal fluido, in questo caso pari alla somma dei perimetri interno ed esterno del condotto anulare

$$P_2 = \pi \cdot D_B + \pi \cdot D_C$$

Per un condotto a sezione anulare si ottiene pertanto che:

$$D_2 \equiv D_{2,h} = \frac{4 \cdot (\pi/4) \cdot (D_C^2 - D_B^2)}{\pi \cdot (D_B + D_C)} = \frac{(D_C^2 - D_B^2)}{(D_B + D_C)} \equiv D_B - D_C = 0.020 \text{ m}$$

La velocità del fluido 2 nel condotto vale:

$$w_2 = \frac{\dot{m}_2}{\rho_2 S_2} = 14.49 \text{ m/s}$$

Inoltre, il numero di Reynolds vale:

$$Re_{D_2} = \frac{w_2 D_2}{\nu_2} = 1.14 \cdot 10^4$$

Per il calcolo del numero di Nusselt sono disponibili svariate relazioni empiriche. Una di queste è la relazione di Dittus-Boelter, che presenta forma generale:

$$Nu_D = 0.023 \cdot Re_D^{0.8} \cdot Pr^n$$

in cui $n = 0.4$ se il fluido in esame subisce un riscaldamento, mentre $n = 0.3$ se invece il fluido subisce un raffreddamento. La relazione è applicabile se:

$$0.7 < Pr < 160 \quad Re_D > 10^4 \quad L/D > 10$$

Si verifica immediatamente che le prime due condizioni di applicabilità sono rispettate per entrambi i condotti. La verifica della terza condizione, implicante la trascurabilità degli effetti di sviluppo del moto all'ingresso dei condotti, richiede la conoscenza della lunghezza dei condotti stessi e va quindi verificata a posteriori.

Per il fluido 1, che si riscalda, si avrà così che il numero di Nusselt vale

$$Nu_{D_1} = 0.023 \cdot Re_{D_1}^{0.8} \cdot Pr_1^{0.4} = 59.5$$

da cui, impiegando la definizione del numero di Nusselt, si ricava il coefficiente di convezione superficiale

$$h_1 = \frac{Nu_{D_1} \cdot \lambda_1}{D_1} = 21.8 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{°C)}$$

Per il fluido 2, che si raffredda, si avrà che:

$$Nu_{D_2} = 0.023 \cdot Re_{D_2}^{0.8} \cdot Pr_2^{0.3} = 36.9$$

e, quindi:

$$h_2 = \frac{Nu_{D_2} \lambda_2}{D_2} = 67.0 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{°C)}$$

Poiché l'inverso del prodotto UA altro non è che la resistenza termica globale dell'interfaccia tra i due fluidi, si può a questo punto scrivere:

$$\frac{1}{UA} \equiv \frac{\Delta T_{ml}}{\dot{Q}} = R_1 + R_p + R_2 = \frac{1}{h_1 A_1} + \frac{\ln(D_B/D_A)}{2\pi \cdot \lambda_p L} + \frac{1}{h_2 A_2}$$

Si noti che la superficie esterna del condotto anulare è adiabatica e, quindi, inattiva ai fini dello scambio termico. La resistenza posta dalla parete metallica è in generale trascurabile rispetto alle resistenze convettive e può essere perciò eliminata dalla relazione precedente:

$$\frac{\Delta T_{ml}}{\dot{Q}} = \frac{1}{h_1 A_1} + \frac{1}{h_2 A_2} \equiv \frac{1}{h_1 \cdot \pi \cdot D_A L} + \frac{1}{h_2 \cdot \pi \cdot D_B L}$$

La relazione precedente presenta come unico parametro incognito L, e può essere risolta rispetto ad esso:

$$L = \frac{\dot{Q}}{\Delta T_{ml}} \left(\frac{1}{h_1 \cdot \pi \cdot D_A} + \frac{1}{h_2 \cdot \pi \cdot D_B} \right) = 1.67 \text{ m}$$

In alternativa al procedimento sopra illustrato, è possibile valutare il coefficiente globale di scambio termico tra i due fluidi, U. Essendo la geometria cilindrica, tale coefficiente deve essere riferito ad una ben precisa superficie di scambio, ad esempio a quella lambita dal fluido che scorre nel condotto anulare, A₂ (quindi, U = U₂). Moltiplicando per tale superficie la relazione precedente e risolvendola rispetto ad U₂, si ha che:

$$U_2 = \frac{1}{\frac{1}{h_1} \frac{A_2}{A_1} + \frac{1}{h_2}} = \frac{1}{\frac{1}{h_1} \frac{\pi \cdot D_B \cdot L}{\pi \cdot D_A \cdot L} + \frac{1}{h_2}} = \frac{1}{\frac{1}{h_1} \frac{D_B}{D_A} + \frac{1}{h_2}} = 15.7 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$$

In conclusione, l'area di scambio A₂ deve essere tale che:

$$\dot{Q} = U_2 A_2 \Delta T_{ml} = U_2 (\pi \cdot D_2 L) \Delta T_{ml}$$

da cui si ricava infine

$$L = \frac{\dot{Q}}{U_2 \cdot \pi \cdot D_2 \Delta T_{ml}} = 1.67 \text{ m}$$

Il risultato è perfettamente equivalente a quello calcolato in precedenza.

Occorre infine verificare la validità la terza condizione di validità della relazione impiegata per il calcolo del numero di Nusselt. Per il condotto a sezione circolare si ha

$$\frac{L}{D_1} = \frac{1.67}{0.075} = 22 > 10$$

mentre, per il condotto a sezione anulare, si ottiene

$$\frac{L}{D_2} = \frac{1.67}{0.020} = 83 > 10$$

Commenti

Il metodo viene tipicamente impiegato per determinare le caratteristiche di uno scambiatore di calore tra due fluidi, note le temperature di ingresso di entrambi i fluidi e quella desiderata in uscita per uno di essi. In particolare, il metodo consente di stimare lo sviluppo longitudinale dei condotti dello scambiatore o, più spesso, il valore del prodotto UA (un parametro che è generalmente dichiarato dai produttori di scambiatori di calore e che, quindi, può essere impiegato per la scelta da catalogo di un dispositivo).

J.II. Scambiatore di calore olio-aria a flussi incrociati non mescolati (ΔT_{ml})

Problema

Si consideri uno scambiatore di calore a correnti incrociate a fluidi non mescolati, utilizzato per raffreddare mediante aria una portata di olio caldo proveniente da un motore. I dati di funzionamento dello scambiatore sono riportati nel seguito. Si determini il valore del prodotto UA.

Dati

Tipo di scambiatore:	a flussi incrociati non mescolati
$\dot{m}_1 = 0.3 \text{ kg/s}$	(portata in massa del fluido 1, olio)
$c_{p1} = 2131.0 \text{ J/(kg}^\circ\text{C)}$	(calore specifico del fluido 1)
$T_{1,i} = 88^\circ\text{C}$	(temperatura in ingresso del fluido 1)
$\dot{m}_2 = 0.5 \text{ kg/s}$	(portata in massa del fluido 2, aria)
$c_{p2} = 1008.5 \text{ J/(kg}^\circ\text{C)}$	(calore specifico del fluido 2)
$T_{2,i} = 52^\circ\text{C}$	(temperatura in ingresso del fluido 2)
$T_{2,u} = 74^\circ\text{C}$	(temperatura in uscita del fluido 2)

Determinare

UA

Ipotesi

Regime stazionario, effetti radiativi trascurabili, superfici di scambio pulite, proprietà dei fluidi indipendenti dalla temperatura, sporco ed incrostazioni trascurabili

Soluzione

La potenza termica scambiata sarà tale che:

$$\dot{Q} = \dot{m}_2 \cdot c_{p2} \cdot (T_{2,u} - T_{2,i}) = 11094 \text{ W}$$

Si ha peraltro che la potenza termica acquistata dal fluido 2 (l'aria) dovrà essere pari a quella sottratta al fluido 1 (l'olio):

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 \cdot c_{p1} \cdot (T_{1,i} - T_{1,u}) \equiv \dot{m}_2 \cdot c_{p2} \cdot (T_{2,u} - T_{2,i})$$

Dalla relazione precedente si ricava che, all'uscita del tubo esterno, il fluido 2 presenta temperatura:

$$T_{1,u} = T_{1,i} - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_2 \cdot c_{p2}} = 70.6^\circ\text{C}$$

È a questo punto possibile valutare la differenza di temperatura media logaritmica. Per gli scambiatori a flussi incrociati (così come per quelli a passaggi multipli dei tubi nel mantello), si fa riferimento alla relazione impiegata per il calcolo degli scambiatori in controcorrente:

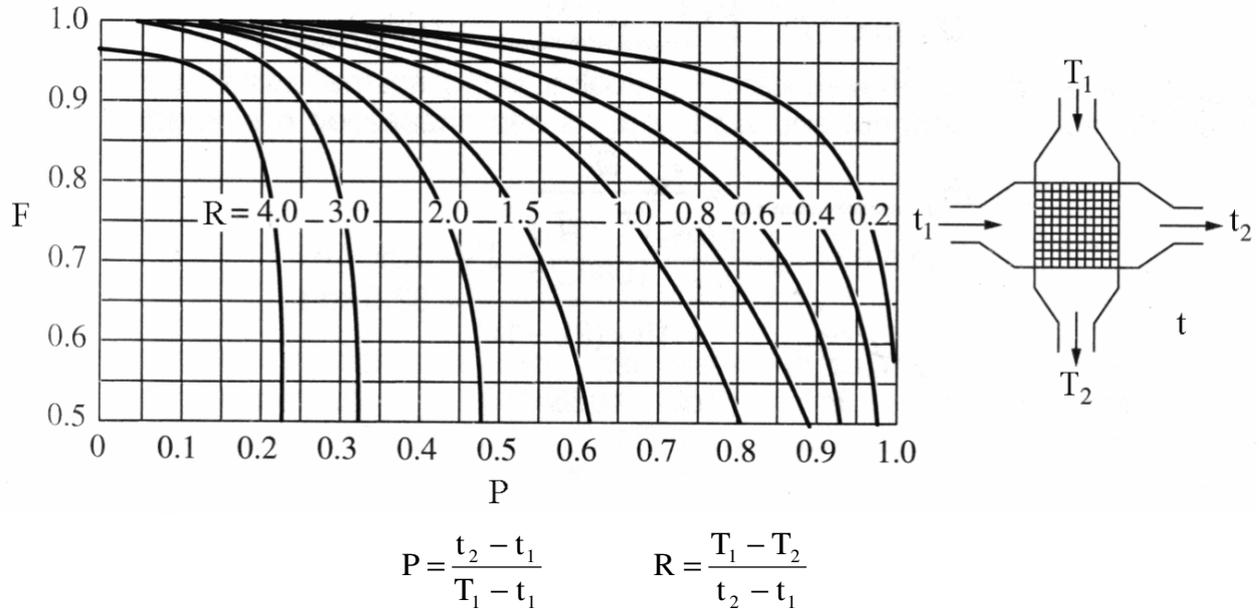
$$\Delta T_{ml} = \frac{(T_{2,i} - T_{1,u}) - (T_{2,u} - T_{1,i})}{\ln\left[\frac{(T_{2,i} - T_{1,u})}{(T_{2,u} - T_{1,i})}\right]} = 16.2^\circ\text{C}$$

Poiché non si è nel caso fondamentale di condotti in controcorrente, per procedere al dimensionamento dello scambiatore di calore occorre valutare un opportuno coefficiente di

correzione F, legato alla geometria effettiva dello scambiatore, che può essere poi introdotto nella relazione seguente:

$$\dot{Q} = F \cdot U \cdot A \cdot \Delta T_{ml}$$

Nei manuali si possono reperire diagrammi per il calcolo di F che, per scambiatori di calore a tubi coassiali a flussi incrociati entrambi non mescolati, sono simili a quello sotto riportato:



Si noti che, nei diagrammi di tale tipo, T_1 e T_2 sono sempre le temperature in ingresso e in uscita del fluido nel mantello, mentre t_1 e t_2 sono le temperature in ingresso e in uscita dell'altro fluido. In realtà, solo nel caso in esame di uno scambiatore a flussi incrociati entrambi non mescolati, la distinzione non ha significato e la scelta è indifferente. Pertanto, i parametri P e R si possono stimare come segue:

$$P = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1} = \frac{T_{1,u} - T_{1,i}}{T_{2,i} - T_{1,i}} = 0.48 \qquad R = \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} = \frac{T_{2,i} - T_{2,u}}{T_{1,u} - T_{1,i}} = 1.27$$

Tramite il diagramma sopra riportato si può quindi stimare (con qualche approssimazione) il coefficiente correttivo:

$$F \approx 0.87$$

In conclusione, si ha che:

$$U \cdot A = \frac{\dot{Q}}{F \cdot \Delta T_{ml}} = 786 \text{ W/}^\circ\text{C}$$

Commenti

Nel calcolo di F, occorre prestare particolare attenzione alla scelta del diagramma da impiegare, che dipende dal tipo di scambiatore in esame.

La determinazione dell'area di scambio A di uno scambiatore di calore a correnti incrociate è in generale assai complessa, a causa della compattezza e delle tecniche costruttive impiegate. Per questo e per altri motivi, il parametro UA viene tipicamente stimato per via sperimentale ed è dichiarato nel suo complesso da chi produce lo scambiatore di calore.

Si noti che, se si fosse invertito il criterio di scelta delle temperature per la stima dei parametri P e R, si sarebbe ottenuto

$$P = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1} = \frac{T_{2,u} - T_{2,i}}{T_{1,i} - T_{2,i}} = 0.61 \qquad R = \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} = \frac{T_{1,i} - T_{1,u}}{T_{2,u} - T_{2,i}} = 0.79$$

e, quindi,

$$F \approx 0.87$$

Si rammenta che il risultato vale solo nel caso di uno scambiatore a flussi incrociati entrambi non mescolati. In tutte le altre configurazioni, il criterio di calcolo di P e R è unico ed è tipicamente desumibile dagli schemi che, nei manuali, sono riportati accanto ai diagrammi per la stima di F.

J.III. Scambiatore acqua-olio a tubi coassiali in controcorrente (ϵ -NTU)

Problema

Una portata 42 L/min di acqua entra a temperatura 40°C in uno scambiatore di calore a tubi coassiali, funzionante in controcorrente. Nello scambiatore, l'acqua viene riscaldata da una portata di 93 L/min di olio, che entra nello scambiatore a 115°C. La densità e il calore specifico dell'acqua sono rispettivamente pari a 1000 kg/m³ e 4.187 kJ/(kg·°C), mentre la densità e il calore specifico dell'olio sono pari a 903 kg/m³ e 1.883 kJ/(kg·°C).

Se l'area della superficie di scambio è pari a 13 m² ed il coefficiente globale di scambio termico vale 340 W/(m²·°C), determinare il calore totale scambiato nell'unità di tempo e le temperature di uscita di acqua e olio.

Dati

Tipo di scambiatore:	a tubi coassiali in controcorrente
$\dot{V}_1 = 42 \text{ L/min} = 0.00070 \text{ m}^3/\text{s}$	(portata in volume del fluido 1, acqua)
$\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$	(densità massica del fluido 1)
$c_{p1} = 4.187 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{°C)} = 4187 \text{ J/(kg}\cdot\text{°C)}$	(calore specifico del fluido 1)
$T_{1,i} = 40^\circ\text{C}$	(temperatura in ingresso del fluido 1)
$\dot{V}_2 = 93 \text{ L/min} = 0.00155 \text{ m}^3/\text{s}$	(portata in volume del fluido 2, olio)
$\rho_2 = 903 \text{ kg/m}^3$	(densità massica del fluido 2)
$c_{p2} = 1.883 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{°C)} = 1883 \text{ J/(kg}\cdot\text{°C)}$	(calore specifico del fluido 2)
$T_{2,i} = 115^\circ\text{C}$	(temperatura in ingresso del fluido 2)
$A = 13 \text{ m}^2$	(area della superficie di scambio termico)
$U = 340 \text{ W/(m}^2\cdot\text{°C)}$	(coefficiente globale di scambio termico)

Determinare

\dot{Q}	(potenza termica scambiata tra i due fluidi)
$T_{1,u}$	(temperatura in uscita dell'acqua)
$T_{2,u}$	(temperatura in uscita dell'olio)

Ipotesi

Regime stazionario, proprietà costanti, mantello adiabatico, resistenza termica del tubo interno trascurabile, proprietà dei fluidi costanti con la temperatura, sporcamento ed incrostazioni trascurabili

Soluzione

Non conoscendo le temperature in uscita di nessuno dei due fluidi, occorre impiegare il metodo dell'efficienza (ϵ -NTU). A tal scopo, è necessario valutare le portate in massa e, quindi, le portate termiche.

Per il fluido 1 (acqua) si ha:

$$\dot{m}_1 = \rho_1 \dot{V}_1 = 0.70 \text{ kg/s}$$

$$C_1 = \dot{m}_1 c_{p1} = 2931 \text{ W/}^\circ\text{C}$$

Per il fluido 2 (olio) si ha:

$$\dot{m}_2 = \rho_2 \dot{V}_2 = 1.40 \text{ kg/s}$$

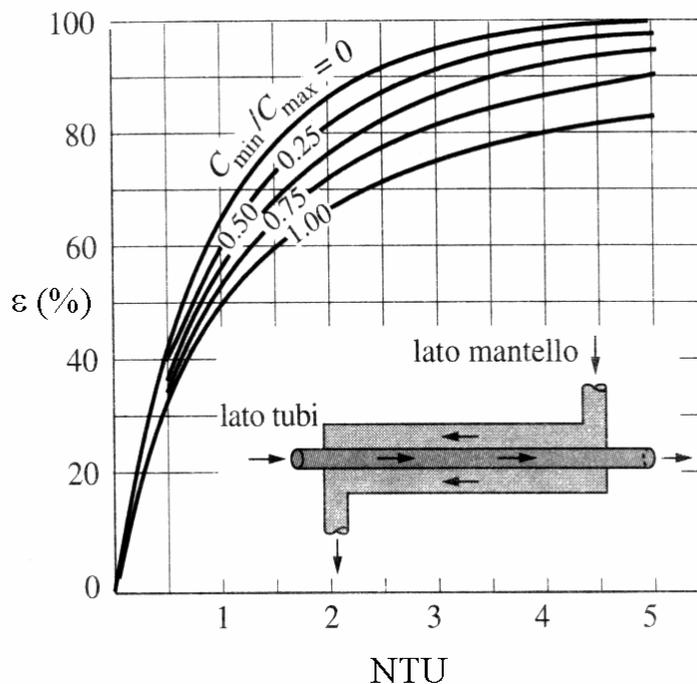
$$C_2 = \dot{m}_2 c_{p2} = 2636 \text{ W/}^\circ\text{C}$$

Dalle portate termiche si ricava:

$$\frac{C_{\min}}{C_{\max}} \equiv \frac{C_2}{C_1} = 0.899 \approx 0.9$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} \equiv \frac{UA}{C_2} = 1.68$$

Nei manuali si possono reperire diagrammi per il calcolo dell'efficienza che, per scambiatori di calore a tubi coassiali in controcorrente, sono simili a quello sotto riportato:



Dal diagramma si ricava (con qualche sforzo di interpolazione):

$$\epsilon = \epsilon(C_{\min}/C_{\max}, NTU) \approx 65\%$$

La potenza termica massima scambiabile tra i due fluidi vale:

$$\dot{Q}_{\max} = C_{\min} (T_{2,i} - T_{1,i}) = 198 \cdot 10^3 \text{ W} = 198 \text{ kW}$$

La potenza termica effettivamente scambiata tra i due fluidi vale invece:

$$\dot{Q} = \varepsilon \dot{Q}_{\max} = \varepsilon C_{\min} (T_{2,i} - T_{1,i}) = 128 \cdot 10^3 \text{ W} = 128 \text{ kW}$$

Infine, le temperature di uscita sono, per l'acqua,

$$T_{1,u} = T_{1,i} + \frac{\dot{Q}}{C_1} = 83.8^\circ\text{C}$$

e per l'olio,

$$T_{2,u} = T_{2,i} - \frac{\dot{Q}}{C_2} = 66.3^\circ\text{C}$$

Commenti

Nel calcolo di ε , occorre prestare particolare attenzione alla scelta del diagramma da impiegare, che dipende dal tipo di scambiatore in esame.

Oltre ai diagrammi, per il calcolo dell'efficienza, sono reperibili nei manuali anche apposite relazioni analitiche. Ad esempio, per il caso in esame di uno scambiatore tubo in tubo in controcorrente, si ha:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NTU \cdot (1 - C_{\min}/C_{\max})]}{1 - (C_{\min}/C_{\max}) \cdot \exp[-NTU(1 - C_{\min}/C_{\max})]} = 0.646 = 64.6\%$$

In risultato è in ottimo accordo con quello ottenuto da diagramma.

J.IV. Scambiatore esterno di un dissipatore a liquido per microprocessore (ε -NTU)

Problema

Uno scambiatore di calore acqua-aria deve essere integrato nel sistema di raffreddamento a liquido di un microprocessore. Il microprocessore dissipa, in condizioni di massimo carico, 120 W termici. Il raffreddamento è assicurato da una portata di 19 L/ora d'acqua, che cede all'ambiente esterno il calore sottratto al microprocessore tramite lo scambiatore in oggetto. Lo scambiatore di calore che si intende usare è del tipo a fascio tubiero privo di alettature, investito da portata trasversale di 90 m³/ora d'aria assicurata da un apposito dispositivo di ventilazione (si tratta, evidentemente, di uno scambiatore a flussi incrociati di cui quello interno, l'acqua, è non miscelato, ovvero non misto). Il coefficiente globale di scambio termico UA del modello di scambiatore considerato è pari a 55 W/°C.

Determinare l'efficienza dello scambiatore. Inoltre, sapendo che la massima temperatura dell'aria ambiente è pari a 35°C, determinare le temperature in ingresso e in uscita dell'acqua. Si assumano per questa densità 1000 kg/m³ e calore specifico 4.19 kJ/(kg·°C), e per l'aria densità 1.16 kg/m³ e calore specifico 1.01 kJ/(kg·°C).

Dati

Tipo di scambiatore: a flussi incrociati di cui uno solo (l'acqua) non miscelato

$\dot{Q}_{mp} = 120 \text{ W}$	(potenza termica dissipata nel microprocessore)
$\dot{V}_1 = 19 \text{ L/hr} = 5.30 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$	(portata in volume del fluido 1, acqua)
$\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$	(densità massica del fluido 1)
$c_{p1} = 4.19 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}) = 4190 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$	(calore specifico del fluido 1)
$\dot{V}_2 = 90 \text{ m}^3/\text{hr} = 0.025 \text{ m}^3/\text{s}$	(portata in volume del fluido 2, aria)
$\rho_2 = 1.16 \text{ kg/m}^3$	(densità massica del fluido 2)
$c_{p2} = 1.01 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}) = 1010 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$	(calore specifico del fluido 2)
$T_a \equiv T_{2,i} = 35^\circ\text{C}$	(temperatura ambiente e di ingresso del fluido 2)
$UA = 55 \text{ W}/^\circ\text{C}$	(coefficiente globale di scambio termico)

Determinare

ε	(efficienza)
$T_{1,i}$	(temperatura in ingresso dell'acqua)
$T_{1,u}$	(temperatura in uscita dell'acqua)

Ipotesi

Regime stazionario, proprietà costanti, resistenza termica delle pareti dei tubi trascurabile, proprietà dei fluidi costanti con la temperatura, sporcamento ed incrostazioni trascurabili

Soluzione

Non conoscendo le temperature in uscita di nessuno dei due fluidi, occorre impiegare il metodo dell'efficienza (ε -NTU). A tal scopo, è necessario valutare le portate in massa e, quindi, le portate termiche.

Per il fluido 1 (acqua) si ha:

$$\dot{m}_1 = \rho_1 \dot{V}_1 = 0.00528 \text{ kg/s}$$

$$C_1 = \dot{m}_1 c_{p1} = 22.1 \text{ W}/^\circ\text{C}$$

Per il fluido 2 (aria) si ha:

$$\dot{m}_2 = \rho_2 \dot{V}_2 = 0.0290 \text{ kg/s}$$

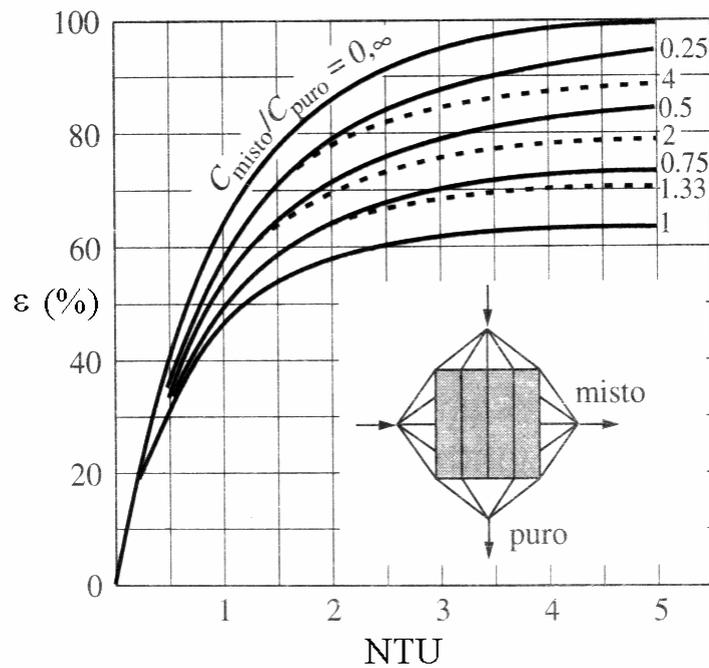
$$C_2 = \dot{m}_2 c_{p2} = 29.3 \text{ W}/^\circ\text{C}$$

Dalle portate termiche si ricava:

$$\frac{C_{\text{misto}}}{C_{\text{puro}}} \equiv \frac{C_2}{C_1} = 1.325 \cong 1.33$$

$$\text{NTU} = \frac{UA}{C_{\text{min}}} \equiv \frac{UA}{C_1} = 2.49 \cong 2.5$$

Nei manuali si possono reperire diagrammi per il calcolo dell'efficienza che, per scambiatori di calore a flussi incrociati di cui uno solo (l'acqua) non miscelato (o misto, o mescolato), sono simili a quello riportato di seguito.



Dal diagramma si ricava:

$$\epsilon = \epsilon(C_{\text{misto}}/C_{\text{puro}}, NTU) \approx 67\%$$

Note l'efficienza dello scambiatore e la potenza termica che deve essere dissipata, è possibile determinare la potenza termica massima scambiabile tra i due fluidi:

$$\dot{Q}_{\text{max}} = \frac{\dot{Q}_{\text{mp}}}{\epsilon} = 179 \text{ W}$$

D'altra parte, la potenza termica massima scambiabile può essere valutata come segue:

$$\dot{Q}_{\text{max}} = C_{\text{min}} (T_{2,i} - T_{1,i})$$

Da ciò si ricava che la temperatura dell'acqua in ingresso allo scambiatore vale:

$$T_{1,i} = T_{2,i} + \frac{\dot{Q}_{\text{max}}}{C_{\text{min}}} \equiv T_{2,i} + \frac{\dot{Q}_{\text{max}}}{C_1} = 43.1^\circ\text{C}$$

La temperatura in uscita dell'acqua (che si raffredda attraversando lo scambiatore) si ricava considerando che

$$\dot{Q}_{\text{mp}} = C_1 (T_{1,i} - T_{1,u})$$

da cui

$$T_{1,u} = T_{1,i} - \frac{\dot{Q}_{\text{mp}}}{C_1} = 37.7^\circ\text{C}$$

Commenti

Si noti che, nel diagramma, NTU è sempre pari al rapporto tra UA e C_{min}, mentre le varie curve sono riferite a diversi valori del rapporto tra C_{misto} e C_{puro}. Tale rapporto, a differenza di quello tra C_{min} e C_{max}, può essere anche maggiore dell'unità.

In un sistema di raffreddamento a liquido, il calore viene sottratto al microprocessore mediante un dissipatore, tipicamente costituito da una piastra in alluminio o rame, al cui interno è ricavata una serpentina. Una delle superfici principali della piastra deve essere posta

in contatto diretto con il microprocessore, adottando accorgimenti tali da minimizzare la resistenza termica di contatto.

Se si trascurano, in favore di sicurezza, gli scambi termici attraverso le pareti della pompa (necessariamente presente per far circolare il liquido) e dei condotti di collegamento tra scambiatore di calore esterno e dissipatore in contatto col microprocessore, la temperatura alla quale l'acqua esce dallo scambiatore è uguale alla temperatura a cui l'acqua stessa entra nel dissipatore. Ma, soprattutto, poiché nel dissipatore l'acqua acquisisce dal microprocessore una potenza termica uguale, in valore assoluto, a quella ceduta all'aria esterna tramite lo scambiatore, la temperatura a cui l'acqua stessa entra nello scambiatore è uguale alla temperatura a cui essa esce dal dissipatore, ovvero alla massima temperatura che raggiunge all'interno del dissipatore. Pertanto, questo ultimo valore di temperatura ($T_{1,i}$) è quello da prendersi a riferimento per stimare, mediante analogia elettrotermica, la massima temperatura raggiungibile dal processore.

$$T_{mp,max} = T_{2,i} + R_{mp/l} \dot{Q}_{mp}$$

Ovviamente, è necessario conoscere la resistenza termica $R_{mp/l}$ tra microprocessore e liquido, inclusiva delle resistenze per contatto tra microprocessore e dissipatore, per conduzione nel metallo del dissipatore e per convezione tra le pareti dei condotti ricavati nel dissipatore e l'acqua che vi scorre all'interno.

Le dissipazioni viscosse nei condotti e all'interno della pompa danno luogo ad un lieve riscaldamento dell'acqua, che è generalmente trascurabile per portate ridotte come quella considerata.

Nel caso l'aria che ha attraversato lo scambiatore (e che si è riscaldata attraversandolo) vada a lambire qualcosa sensibile al calore (persone, dispositivi elettrici ed elettronici, piante ornamentali, ecc.), è opportuno valutarne la temperatura in uscita. Nel caso in esame, tale temperatura vale:

$$T_{2,u} = T_{2,i} + \frac{\dot{Q}_{mp}}{C_2} = 39.1^\circ\text{C}$$

L'incremento rispetto al valore ambiente considerato (35°C) è modesto, di poco superiore a 4°C , ma può risultare comunque fastidioso.